

Eléments de correction du sujet de mathématiques - physique session 2025

Laurent Millot
l.millot@ens-louis-lumiere.fr

7 septembre 2025

Dans le sujet, r désigne une variable spatiale tandis que t désigne une variable temporelle. Ces deux variables sont évidemment réelles. Le nombre imaginaire i est défini par $i^2 = -1$.

Soit la fonction de la variable $p \in \mathbb{C}$, $H(p) = \frac{2p^2 + 3p + 1}{p^2 + p - 12}$.

Question 1 (2 points) Déterminez la décomposition en éléments simples de $H(p)$.

Comme le degré du numérateur est égal au degré du dénominateur, la décomposition en éléments simples comporte un terme constant en plus des éléments simples. Une division euclidienne ou l'apparition du dénominateur au numérateur permet de trouver cette constante.

$$H(p) = \frac{2p^2 + 3p + 1}{p^2 + p - 12} = \frac{2(p^2 + p - 12) + p + 25}{p^2 + p - 12} = 2 + \frac{p + 25}{p^2 + p - 12}$$

Comme 3 est une racine évidente, pour le dénominateur, on a $p^2 + p - 12 = (p - 3)(p + 4)$.

Ainsi, $H(p) = 2 + H_1(p)$ avec $H_1(p) = \frac{p + 25}{(p - 3)(p + 4)} = \frac{a}{p - 3} + \frac{b}{p + 4}$.

$$a = \left. \frac{p + 25}{p + 4} \right|_{p=3} = \frac{3 + 25}{3 + 4} = \frac{28}{7} = 4$$

$$b = \left. \frac{p + 25}{p - 3} \right|_{p=-4} = \frac{-4 + 25}{-4 - 3} = -\frac{21}{7} = -3$$

On a donc $H(p) = 2 + \frac{4}{p - 3} - \frac{3}{p + 4}$.

Soit le signal temporel $s(t) = 2 - 3.e^{-4t} + 4.e^{3t}$ où $t \in \mathbb{R}^+$.

Question 2 (1 point) Déterminez les expressions de $\dot{s}(t)$ et $\ddot{s}(t)$ respectivement les dérivées d'ordre un et deux par rapport au temps de $s(t)$.

Le signal $s(t)$ est au moins de classe $\mathcal{C}^2$ sur $\mathbb{R}^+$, donc on peut le dériver sans problème deux fois.

$$\dot{s}(t) = 12.e^{-4t} + 12.e^{3t}, \forall t \in \mathbb{R}^+$$

$$\ddot{s}(t) = -48.e^{-4t} + 36.e^{3t}, \forall t \in \mathbb{R}^+$$

Question 3 (1 point) En utilisant les résultats de la question précédente, déduisez l'équation différentielle vérifiée par $s(t)$ ainsi que les deux conditions initiales, si on suppose que cette équation différentielle est de la forme : $\ddot{s}(t) + a.\dot{s}(t) + b.s(t) = c$ où $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$.

Les deux conditions initiales correspondent aux valeurs en $t = 0$ de $s(t)$ et $\dot{s}(t)$.

On a alors : $s(0) = 3$ et $\dot{s}(0) = 24$

En injectant les signaux $\dot{s}(t)$ et $\ddot{s}(t)$ dans l'équation différentielle précédente, après factorisation des exponentielles e^{-4t} et e^{3t} , cette équation différentielle s'écrit encore :

$$(-48 + 12a - 3b).e^{-4t} + (36 + 12a + 4b).e^{3t} + 2b = c, \forall t \in \mathbb{R}^+.$$

On a donc un système de 3 équations à 3 inconnues :

$$\begin{cases} 4a - b &= 16 \\ 3a + b &= -9 \\ c &= 2b \end{cases}$$

En faisant la somme des deux premières équations et la différence entre la deuxième et la première équation, on vérifie que les solutions de ce système sont :

$$\begin{cases} a &= 1 \\ b &= -12 \\ c &= -24 \end{cases}$$

Au final, l'équation différentielle recherchée s'écrit : $\ddot{s}(t) + \dot{s}(t) - 12s(t) = -24$.

On considère un repère orthonormé direct $(S, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ où le point d'origine S est supposé correspondre à une source acoustique ponctuelle émettant le signal de pression $s(t)$ dans la direction $\vec{e}_x$. On s'intéresse au point de captation $M(r, 0, 0)$ avec $r \in \mathbb{R}^{+*}$ où on reçoit le signal $s_1(r, t) = s(t - \frac{r}{c_0})$. Le signal $s(t)$ est supposé correspondre à une fonction au moins de classe $\mathcal{C}^2$ sur $\mathbb{R}^+$ et c_0 à une vitesse constante strictement positive.

Question 4 (1 point) A quoi correspondent physiquement la grandeur c_0 et la quantité $\frac{r}{c_0}$?

La quantité $\frac{r}{c_0}$ est un temps et c'est le temps nécessaire pour que le signal $s(t)$ émis par la source, en S , parvienne au point de captation M . Par suite, c_0 est la vitesse à laquelle le signal émis parcourt la distance r .

Si on suppose que les phénomènes acoustiques sont ondulatoires, $\frac{r}{c_0}$ correspond au temps de propagation des ondes pour parcourir la distance SM et c_0 à la célérité des ondes sonores (ou du son).

Question 5 (1 point) Quelle est l'équation vérifiée par les dérivées partielles d'ordre 1, $\frac{\partial s_1(r, t)}{\partial t}$ et $\frac{\partial s_1(r, t)}{\partial r}$?

Le signal $s_1(r, t)$ peut faire l'objet de dérivations partielles d'ordre 1, puis d'ordre 2, puisque le signal s est supposé correspondre à une fonction au moins de classe $\mathcal{C}^2$ sur $\mathbb{R}^+$. Il faut juste faire attention au fait que $s_1(r, t)$ fait intervenir une variable composée $t - \frac{r}{c_0}$ et qu'il ne faut pas oublier les dérivées partielles de cette variable composée.

$$\frac{\partial s_1(r, t)}{\partial t} = s'(t - \frac{r}{c_0}) \cdot \frac{\partial}{\partial t} [t - \frac{r}{c_0}] = s'(t - \frac{r}{c_0})$$

$$\frac{\partial s_1(r, t)}{\partial r} = s'(t - \frac{r}{c_0}) \cdot \frac{\partial}{\partial r} [t - \frac{r}{c_0}] = -\frac{1}{c_0} \cdot s'(t - \frac{r}{c_0})$$

On en déduit l'équation recherchée :

$$\frac{\partial s_1(r, t)}{\partial t} + c_0 \frac{\partial s_1(r, t)}{\partial r} = 0$$

ou

$$\frac{\partial s_1(r, t)}{\partial r} + \frac{1}{c_0} \frac{\partial s_1(r, t)}{\partial t} = 0$$

Question 6 (1 point) Quelle est l'équation vérifiée par les dérivées partielles d'ordre 2, $\frac{\partial^2 s_1(r, t)}{\partial t^2}$ et $\frac{\partial^2 s_1(r, t)}{\partial r^2}$?

Comme indiqué dans la question précédente, le signal $s_1(r, t)$ peut faire l'objet de dérivations partielles d'ordre 2. Et, en repartant des résultats de la question 5, il faut encore ne pas oublier les dérivées partielles de la variable composée $t - \frac{r}{c_0}$.

$$\frac{\partial^2 s_1(r, t)}{\partial t^2} = s''(t - \frac{r}{c_0}) \cdot \frac{\partial}{\partial t} [t - \frac{r}{c_0}] = s''(t - \frac{r}{c_0})$$

$$\frac{\partial^2 s_1(r, t)}{\partial r^2} = -\frac{1}{c_0} \cdot s''\left(t - \frac{r}{c_0}\right) \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left[t - \frac{r}{c_0}\right] = \frac{1}{c_0^2} \cdot s''\left(t - \frac{r}{c_0}\right)$$

On en déduit l'équation recherchée :

$$\frac{\partial^2 s_1(r, t)}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 s_1(r, t)}{\partial r^2} = 0$$

ou

$$\frac{\partial^2 s_1(r, t)}{\partial r^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 s_1(r, t)}{\partial t^2} = 0$$

On considère le choc élastique entre deux particules indéformables de même masse m , animées respectivement des vitesses $\vec{v}_{1i}$ et $\vec{v}_{2i}$ avant le choc, et, $\vec{v}_{1f}$ et $\vec{v}_{2f}$ après le choc.

Question 7 (1 point) Déterminez les expressions des deux principes de conservation associés à ce choc élastique.

On rappelle que $\vec{a}^2 - \vec{b}^2 = (\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b})$, $\forall (\vec{a}, \vec{b})$.

Puisque le choc est élastique, les deux principes sont la conservation de la quantité de mouvement du système (les deux particules) et la conservation de l'énergie cinétique.

conservation de la quantité de mouvement après simplification des masses puisqu'elles sont identiques :

$$\vec{v}_{1i} + \vec{v}_{2i} = \vec{v}_{1f} + \vec{v}_{2f} \quad (1)$$

que l'on peut encore écrire sous la forme :

$$\vec{v}_{1i} - \vec{v}_{1f} = \vec{v}_{2f} - \vec{v}_{2i} \quad (2)$$

conservation de l'énergie cinétique après simplification des coefficients $\frac{1}{2} m$:

$$\vec{v}_{1i}^2 + \vec{v}_{2i}^2 = \vec{v}_{1f}^2 + \vec{v}_{2f}^2 \quad (3)$$

soit encore

$$\vec{v}_{1i}^2 - \vec{v}_{1f}^2 = \vec{v}_{2f}^2 - \vec{v}_{2i}^2 \quad (4)$$

En utilisant l'identité vectorielle rappelée, le principe de conservation de l'énergie cinétique, s'écrit encore :

$$(\vec{v}_{1i} - \vec{v}_{1f}) \cdot (\vec{v}_{1i} + \vec{v}_{1f}) = (\vec{v}_{2f} - \vec{v}_{2i}) \cdot (\vec{v}_{2f} + \vec{v}_{2i}) \quad (5)$$

En utilisant (2), on peut simplifier cette équation :

$$\vec{v}_{1i} + \vec{v}_{1f} = \vec{v}_{2f} + \vec{v}_{2i} \quad (6)$$

On a donc le système de deux équations suivantes :

$$\begin{cases} \vec{v}_{1i} - \vec{v}_{1f} = \vec{v}_{2f} - \vec{v}_{2i} \\ \vec{v}_{1i} + \vec{v}_{1f} = \vec{v}_{2f} + \vec{v}_{2i} \end{cases}$$

Question 8 (1 point) Quelles sont les expressions de $\vec{v}_{1f}$ et $\vec{v}_{2f}$ en fonction de $\vec{v}_{1i}$ et $\vec{v}_{2i}$? Quel constat peut-on alors proposer ?

A partir du système des deux équations simplifiées, on aboutit à

$$\begin{cases} \vec{v}_{2f} = \vec{v}_{1i} \\ \vec{v}_{1f} = \vec{v}_{2i} \end{cases}$$

On constate que, pour ce choc élastique de deux particules indéformables de même masse, les particules échangent leurs vitesses, celles qu'elles avaient respectivement avant le choc.

Soit $H_0(\omega)$ la fonction de transfert, c'est-à-dire le rapport entre les tensions d'entrée et de sortie d'un quadripôle, en régime sinusoïdal :

$$H_0(\omega) = \frac{\omega_0}{\omega_0 + i\omega},$$

dans laquelle on suppose que les pulsations ω et ω_0 sont telles que $\omega \in \mathbb{R}^{+*}$ et $\omega_0 \in \mathbb{R}^{+*}$.

Question 9 (0,5 point) Déterminez les expressions respectives du gain linéaire $G(\omega)$ et du gain en décibels $G_{dB}(\omega)$ associés à $H_0(\omega)$.

$$G(\omega) = |H_0(\omega)| = \frac{\omega_0}{\sqrt{\omega_0^2 + \omega^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

$$G_{dB}(\omega) = 20 \log(G(\omega)) = -10 \log\left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)$$

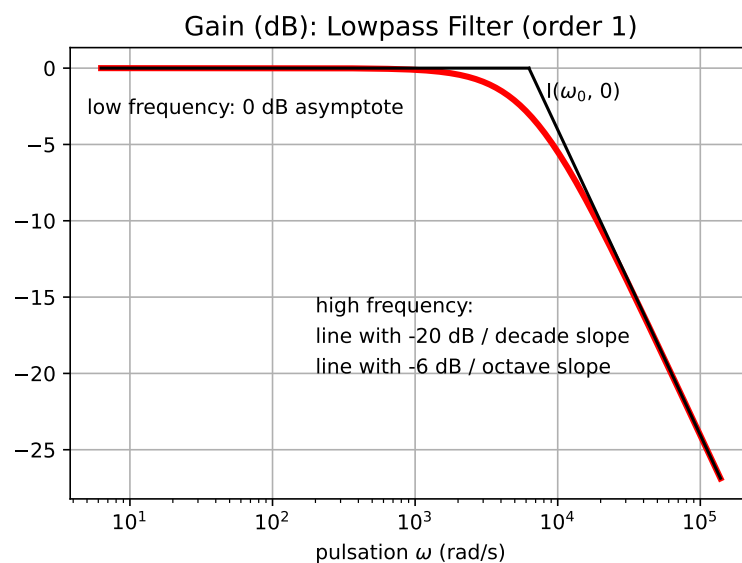
Question 10 (1 point) Quelles sont les équations des asymptotes en basse fréquence $G_{dB}(\omega \mapsto 0)$ et en haute fréquence $G_{dB}(\omega \mapsto +\infty)$? Quelles sont les coordonnées du point d'intersection de ces deux asymptotes ?

équation de l'asymptote en basse fréquence : $G_{dB}(\omega \mapsto 0) = 0$

équation de l'asymptote en haute fréquence : $G_{dB}(\omega \mapsto +\infty) = -20 \log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$

Le point d'intersection est tel que : $-20 \log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) = 0$, soit $\omega = \omega_0$. C'est donc le point $I(\omega_0, 0)$.

Question 11 (1 point) Proposez l'allure du tracé de $G_{dB}(\omega)$ en fonction de ω . Vous veillerez à indiquer sur le tracé les informations nécessaires concernant les courbes asymptotes en basse et en haute fréquences. Puis, à partir du tracé, déduisez la fonction réalisée par ce filtre.



Soient ω_1 et ω_2 deux pulsations telles que : $(\omega_1, \omega_2) \in \mathbb{R}^{+*} \times \mathbb{R}^{+*}$ avec $0 < \omega_1 < \omega_2$. On considère les fonctions de transfert $H_1(\omega)$ et $H_2(\omega)$, dans lesquelles $\omega \in \mathbb{R}^{+*}$, définies par :

$$H_1(\omega) = \frac{\omega_1}{\omega_1 + i\omega}, \quad H_2(\omega) = \frac{\omega_2}{\omega_2 + i\omega}$$

Question 12 (1 point) Calculez l'expression de la fonction de transfert $H(\omega)$ définie par :

$$H(\omega) = H_2(\omega) - H_1(\omega).$$

$$H(\omega) = H_2(\omega) - H_1(\omega) = \frac{\omega_2}{\omega_2 + i\omega} - \frac{\omega_1}{\omega_1 + i\omega} = \frac{(\omega_2 - \omega_1).i\omega}{(\omega_2 + i\omega).(\omega_1 + i\omega)}$$

Par ailleurs, la fonction de transfert $H(\omega)$ peut s'écrire sous la forme :

$$H(\omega) = A.H_3(\omega).H_2(\omega)$$

dans laquelle A est une constante et $H_3(\omega)$ est une fonction de transfert.

Question 13 (1 point) Déterminez les expressions de A et de $H_3(\omega)$.

$$H(\omega) = \frac{(\omega_2 - \omega_1).i\omega}{(\omega_2 + i\omega).(\omega_1 + i\omega)} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{i\omega}{\omega_1 + i\omega} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_2 + i\omega}$$

On en déduit que :

- $A = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_2}$;
- $H_3(\omega) = \frac{i\omega}{\omega_1 + i\omega}$.

Question 14 (1 point) Quelles sont alors les fonctions associées à $H_3(\omega)$ et $H(\omega)$?

En étudiant son comportement asymptotique en basse fréquence ($20 \log \left(\frac{\omega}{\omega_1} \right)$ donc pente croissante de 20 dB par décade) et en haute fréquence (gain nul : 0 dB), on vérifie que $H_3(\omega)$ est un filtre passe-haut du premier ordre de pulsation de coupure ω_1 .

Puisque l'on associe en série un filtre passe-haut de pulsation de coupure ω_1 et un filtre passe-bas de pulsation de coupure $\omega_2 > \omega_1 > 0$ pour construire $H(\omega)$, $H(\omega)$ est alors un filtre passe-bande dont la bande passante correspond à l'intervalle $[\omega_1, \omega_2]$.

Pour mesurer la vitesse c_0 du son loin de toute source sonore et de tout obstacle, c'est-à-dire dans des conditions proches de celles en champ libre, on peut utiliser un système de mesure constitué de deux microphones omnidirectionnels M_1 (situé à une distance d_1 de la source sonore) et M_2 (situé à une distance d_2 de la source sonore) fixés sur une tige rigide pointant vers la source sonore. On admet que la distance $d = d_2 - d_1$ séparant les deux microphones M_1 et M_2 est connue avec une grande précision. On suppose que le son émis par la source sonore parvient au microphone M_1 à l'instant $t = t_1$ et au microphone M_2 à l'instant $t = t_2$.

Question 15 (0,5 point) Déterminez l'expression permettant de calculer la vitesse moyenne du signal émis pour passer du microphone M_1 au microphone M_2 .

Pour parcourir la distance d , la durée du trajet du son est donnée par $\Delta t = t_2 - t_1$, donc on peut estimer la valeur moyenne de c_0 entre M_1 et M_2 grâce à la relation : $c_0 \approx \frac{d}{\Delta t} = \frac{d}{t_2 - t_1}$.

Question 16 (1 point) Si on ne met en œuvre que ce dispositif, indiquez, avec les justifications nécessaires, si on peut conclure quant à la nature physique des phénomènes permettant le passage de la pression acoustique du microphone M_1 au microphone M_2 .

Comme on utilise des capteurs de pression, on sait que le signal de pression se déplace du premier capteur au second capteur à la vitesse c_0 . Mais, cela signifie que l'on a une information qui ne concerne que la pression et que l'on n'a aucune information sur la nature physique du phénomène effectivement à l'œuvre : on n'a, notamment, aucune information permettant de conclure quant à la nature physique de la vitesse des particules fluides...

En acoustique, dans le cadre d'une première approche, on suppose que l'air se comporte comme un gaz parfait et on définit, en chaque point du milieu considéré, des champs de pression p , de masse volumique ρ et de température T . Et, pour un gaz parfait, ces trois grandeurs sont supposées reliées par la loi $p \cdot \rho^{-1} = r_{00} \cdot T$ où $r_{00} = R/M$ avec R la constante molaire des gaz parfaits et M la masse molaire de l'air.

Dans la suite, on ne considère que les phénomènes se produisant selon une direction choisie comme premier axe du repère de travail. On suppose que la source est située à l'origine du repère. On note r la distance séparant la source du point d'étude. En plus de dépendre de l'espace, les phénomènes étudiés dépendent également du temps t . De plus, grâce à l'hypothèse de gaz parfait, on définit la célérité du son c_0 par la relation $c_0^2 = \gamma \cdot r_{00} \cdot T$; γ correspondant à la constante des gaz parfaits.

Question 17 (0,5 point) Quelle est l'expression de c_0 en fonction de p et de ρ ?

L'hypothèse de gaz parfait donne la relation $p \cdot \rho^{-1} = r_{00} \cdot T$. Et, on suppose que la célérité du son c_0 est définie par la relation $c_0^2 = \gamma \cdot r_{00} \cdot T$. On en déduit immédiatement que l'on a encore, pour c_0 : $c_0^2 = \gamma p \cdot \rho^{-1}$.

Toujours, dans le cadre d'une première approche, loin de toute source et de tout obstacle, et donc en champ libre, on peut considérer que les phénomènes étudiés obéissent à une transformation adiabatique réversible.

Question 18 (0,5 point) Comment s'écrit la loi de transformation adiabatique réversible ?

La loi de Laplace s'écrit : $p \cdot \rho^{-\gamma} = \text{cste}$. C'est un résultat censé être connu, surtout qu'elle est utilisée chaque année dans le sujet.

On suppose, en plus, que toutes les grandeurs physiques sont associées à des différentielles totales exactes. Ainsi, par exemple, pour la pression p , on a une différentielle dp définie par :

$$dp = \frac{\partial p}{\partial r} \cdot dr + \frac{\partial p}{\partial t} \cdot dt.$$

Question 19 (1 point) Montrez que l'on a $\frac{\partial p}{\partial x} = c_0^2 \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x}$ où la variable x correspond à r ou à t .

On fait appel à la différentiation logarithmique (par exemple) et on l'applique à la loi de Laplace, ce qui donne directement : $\frac{dp}{p} - \gamma \frac{d\rho}{\rho} = 0$ (1).

On peut réécrire cette relation sous la forme : $dp = \frac{\gamma p}{\rho} d\rho$ (2).

On a vu à la question 17 que $c_0^2 = \gamma p \cdot \rho^{-1}$, donc on peut encore écrire que : $dp = c_0^2 d\rho$.

En utilisant la définition des différentielles, on a ensuite : $\frac{\partial p}{\partial r} \cdot dr + \frac{\partial p}{\partial t} \cdot dt = c_0^2 \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial r} \cdot dr + \frac{\partial \rho}{\partial t} \cdot dt \right)$ (3)
soit encore : $\frac{\partial p}{\partial r} \cdot dr + \frac{\partial p}{\partial t} \cdot dt = c_0^2 \cdot \frac{\partial \rho}{\partial r} \cdot dr + c_0^2 \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} \cdot dt$ (4).

Par identification des facteurs devant être égaux pour dr et dt , on en déduit que $\frac{\partial p}{\partial x} = c_0^2 \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x}$ où la variable x correspond à r ou à t

Pour compléter le problème, on doit considérer les équations de conservation de la quantité de mouvement et de la masse. En projection suivant la direction considérée, ces équations s'écrivent respectivement :

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial r},$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial r} = 0.$$

v correspond à la projection de la vitesse des particules fluides (air) sur la direction des phénomènes.

Question 20 (1 point) En utilisant les résultats de la question 19, déterminez l'expression de l'équation de conservation de la masse obtenue en exprimant les dérivées partielles $\frac{\partial \rho}{\partial x}$ en fonction des dérivées partielles $\frac{\partial p}{\partial x}$ où la variable x correspond à r ou à t .

Il faut d'abord développer le second terme pour obtenir : $\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial \rho}{\partial r} + \rho \cdot \frac{\partial v}{\partial r} = 0$.

Puis en exploitant les résultats de la question 19, on peut écrire que : $\frac{1}{c_0^2} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{v}{c_0^2} \cdot \frac{\partial p}{\partial r} + \rho \cdot \frac{\partial v}{\partial r} = 0$

soit encore : $\frac{\partial p}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial p}{\partial r} + \rho \cdot c_0^2 \cdot \frac{\partial v}{\partial r} = 0$.

Question 21 (1 point) Montrez que l'on a $\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{p}{\rho} \right)$.

On part du calcul de $\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{p}{\rho} \right)$:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{p}{\rho} \right) = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{p}{\rho^2} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial r}$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{p}{\rho} \right) = \frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial r} - \frac{p}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial r} \right)$$

Or, d'après la question 19, $\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{1}{c_0^2} \cdot \frac{\partial p}{\partial x}$ où la variable x correspond à r ou à t avec $c_0^2 = \gamma p \cdot \rho^{-1}$, donc on a encore : $\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{p}{\rho} \right) = \frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial r} - \frac{p}{\rho} \cdot \frac{\rho}{\gamma \cdot p} \cdot \frac{\partial p}{\partial r} \right)$,

soit encore : $\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{p}{\rho} \right) = \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right) \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial r}$,

ou encore : $\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{p}{\rho} \right) = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial r}$.

Soit, finalement la relation demandée : $\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{p}{\rho} \right)$.

Ce résultat servirait à la réécriture de l'équation de conservation de la quantité de mouvement sous la forme d'une dérivée partielle par rapport à r d'une quantité (à définir), et, cette dérivée partielle serait nulle. Grâce à une intégration par rapport à la variable r , on pourrait proposer une interprétation physique pertinente de cette équation en champ libre : une équation fluide correspondant à une relation de Bernoulli instationnaire, compressible, irrotationnelle ne prenant pas en compte les phénomènes de dissipation.